

東証株価指数の時変ヘッジ比率の推定*

程 島 次 郎
芦 谷 政 浩

1. はじめに

先物を用いて現物(直物)をヘッジする事は、よく行われる。本稿では、東証株価指数(TOPIX)と東証株価指数先物を用いて先物の最適ヘッジ比率を推定する。伝統的な最適ヘッジ比率の推定は、現物と先物が共に静学的な時間に関して一定な平均と分散を持つ平均・分散モデルの下で、現物と先物の共分散と先物の分散の比、すなわち現物の先物への最小2乗回帰係数推定値、で推定していた。しかし、Engle (1982) が有名な ARCH (autoregressive conditional heteroskedastic) モデルで、過去の情報が与えられた時の条件付分散が一定でなく過去の情報(変数)に依存するモデルを提案して以来、最適ヘッジ比率の推定も、直前の情報が与えられた時の条件付分散と共分散が時間(情報)とともに変化するモデルの下で行われるようになった。具体的には、ARCH モデルや ARCH モデルを一般化した Bollerslev (1986) により提案された GARCH (generalized ARCH) モデルが、最適ヘッジ比率の推定によく用いられるようになった。実際、株価、為替レート、金融商品価格などの金融データの過去の情報が与えられた時の条件付分散は、時間とともに変化する事が知られている。すなわち、いったん大きな変動が起きるとしばらく大きな変動が続き、変動が小さいときは小さい変動が続くという、ボラティリティ・クラスタリング (volatility clustering) といわれる現象である。

すでに海外では、ARCH モデルや GARCH モデルの下での時変ヘッジ比率の商品先物 (Baillie and Myers (1991), Bera, Garcia, and Roh (1997), Myers (1991)), 為替先物 (Kroner and Sultan (1993)), 金利先物 (Gagnon and Lypny (1995)), 株価指数先物 (Park and Switzer (1995), Tong (1996)) などでの先行研究がある。これらの研究では、一般に現物と先物が共に静学的な時間に関して一定な平均と分散を持つ平均・分散モデルの下での最小2乗回帰係数推定値による固定ヘッジ比率の推定は適当でなく、GARCH モデルの下での時変ヘッジ比率の推定がデータによって支持されている。本稿では、東証株価指数 (TOPIX) と東証株価指数先物における先物の最適ヘッジ比率を推定する。日本の株価指数先物を用いた最適ヘッジ比率の

* 本稿は平成13年度名古屋市長特別研究奨励費の援助の下に作成された。記して感謝したい。

推定は、あまり多く行われていない。そのため、本稿の研究は、東証株価指数 (TOPIX) と東証株価指数先物からなるポートフォリオにおける先物の最適ヘッジ比率の推定についての研究である。同時に、欧米などの先物市場と比べて健全な発展が遅れていると言われる日本の先物市場（例えば、長澤（1999）参照）で取引されている先物商品の特性を明らかにするという目的がある。本稿では、Bera, Garcia, and Roh（1997）と同様に、東証株価指数 (TOPIX) と東証株価指数先物に 3 つの 2 次元 GARCH (1, 1) モデルを当てはめた時の推定結果とヘッジの効果を調べる。他の先行研究と異なり、本稿ではモデルの分布は、通常使われる正規分布の他に、正規分布よりもスソの厚い分布である t 分布を使う。ヘッジ比率に関する先行研究では、これまで GARCH モデルのような時変ヘッジ比率を導くモデルでは、スソの厚い分布を採用した研究は著者たちの知る限りない。したがって、スソの厚い t 分布での GARCH モデルによるヘッジ比率の推定とヘッジ効果の測定は、本稿で初めて行われる研究である。スソの厚い t 分布の下での GARCH モデルが、正規分布の下での GARCH モデルと比較してどのような推定結果とヘッジの効果をもたらすかを調べるのが、本稿の目的の 1 つである。

本稿の構成は、以下のとおり。2 章では、考察する 3 つの 2 次元 GARCH (1, 1) モデルを紹介し、データの解説とその特性を述べ、適切なモデルを選択するためのいくつかのモデル特定のためのスペシフィケーション・テストを行い、3 つの 2 次元 GARCH モデルを正規分布と t 分布の下で推定しどのモデルがデータを良く説明できるかを述べる。3 章では、固定ヘッジ比率と 3 つの 2 次元 GARCH (1, 1) モデルの下での時変ヘッジ比率のヘッジの効果を評価する。すなわち、2 章での推定結果を踏まえて、(1)データをより良く説明できる t 分布の下での 2 次元対角 (diagonal vech) GARCH (1, 1) モデルと条件付共分散行列が正値定符号になるパラメトライゼーションである t 分布正値定符号 2 次元 GARCH (1, 1) モデルが真のデータ生成過程と仮定したときの、推定期間内と推定期間外での現物と各種ヘッジ比率を使った先物からなるポートフォリオのヘッジの効果と、(2)実際のデータを用いて、推定期間内と推定期間外での現物と各種ヘッジ比率を使った先物からなるポートフォリオのヘッジの効果を、測定する。4 章では、これらの結果の要約と結論を述べる。

2. 時変ヘッジ比率とその推定

2.1 モデル

最適ヘッジ比率は、現物（直物）のポジションのうちで、先物の反対のポジションでカバーすべき比率として定義される（Anderson and Danthine（1981）, Benninga, Eldor, and Zilcha（1984））。例えば、株式を所有している投資家は、適切な量の先物をヘッジとして売ることによって、収益変動リスクを軽減することが可能である。最適ヘッジ比率は、伝統的には現物と先物を平

均・分散モデルの下で、現物価格と先物価格の共分散を先物価格の分散で割った比として導出される。具体的には、現物価格（現物価格の変化、または現物価格の収益率）を、先物価格（先物価格の変化、または先物価格の収益率）に、回帰して得られた回帰係数（傾き）の推定値を、最適ヘッジ比率の推定値として使われていた (Ederington (1979), Kahl (1983))。しかし、これではヘッジの意志決定を行う際に利用できる過去の条件付情報を利用していないことになるし、また現物価格と先物価格の共分散行列が一定であると仮定することになる。実際には、Engle (1982) の ARCH モデルや Bollerslev (1986) の GARCH モデルで明らかになったように、過去の情報が与えられた時の金融資産の現物価格と先物価格の条件付共分散行列は一定でなく、ボラティリティ・クラスタリング (volatility clustering) といわれる時間とともに変化するパターンをしめす事が知られている。このように、現物価格と先物価格の過去の条件付情報が与えられた時の条件付共分散行列が一定でなく時間とともに変化するモデルがデータをより良く説明できれば、そのモデルの下で導出される最適ヘッジ比率を使ったポートフォリオのほうがすぐれたヘッジ効果をしめす事が期待できる。本稿では、経験的に金融データを良く説明出来る事で知れている GARCH (1, 1) モデルを 2 次元に拡張したモデルの下での最適な時変ヘッジ比率を推定し、そのヘッジ効果を検証する。

いま現物と先物の収益率の 1 期前の情報を所与とした時の条件付分布が、一定の平均と時間とともに変化する共分散行列に従っているものとしよう。具体的には、 t 期の現物の収益率を R_t^s 、先物の収益率を R_t^f とすると、

$$\begin{aligned} R_t^s &= \mu_s + \varepsilon_t^s \\ R_t^f &= \mu_f + \varepsilon_t^f \end{aligned}$$

が成立する。ここで、 $t-1$ 期に利用可能な情報集合を Ψ_{t-1} としたとき、 $\varepsilon_t \equiv \begin{pmatrix} \varepsilon_t^s \\ \varepsilon_t^f \end{pmatrix}$ の Ψ_{t-1} が与えられたときの条件付期待値と条件付共分散行列は、

$$E(\varepsilon_t | \Psi_{t-1}) = \mathbf{o}, \quad V(\varepsilon_t | \Psi_{t-1}) = \mathbf{H}_t$$

で与えられる。ただし、

$$\mathbf{H}_t = \begin{bmatrix} h_t^{ss} & h_t^{sf} \\ h_t^{fs} & h_t^{ff} \end{bmatrix}$$

で与えられる。このとき、 Ψ_{t-1} が与えられたときの t 期における条件付最適ヘッジ比率 b_{t-1}^* は、 R_t^s と R_t^f の条件付共分散と R_t^f の条件付分散の比として、

$$b_{t-1}^* = \frac{\text{cov}(R_t^s, R_t^f | \Psi_{t-1})}{\text{var}(R_t^f | \Psi_{t-1})} = \frac{h_t^{sf}}{h_t^{ff}} \quad (1)$$

で与えられる。 ε_t の $t-1$ 期の情報が与えられた時の分布としては、本稿では 2 次元正規分布と 2 次元 t 分布を考える。

条件付共分散行列 \mathbf{H}_t のモデルとして、本稿では以下の 3 つのモデルを考える。この 3 つのモ

デルは、いずれも単純化のための制約を課したモデルである。

• diagonal vech 2 次元 GARCH(1, 1) モデル (DV-GARCH)

t 期の現物または先物の収益率の条件付分散（条件付共分散）が、それぞれ t-1 期の現物または先物の収益率の誤差項の 2 乗（現物と先物の誤差項の積）と t-1 期の現物または先物の収益率の条件付分散（条件付共分散）に依存すると仮定する。すなわち、

$$\begin{bmatrix} h_t^{ss} \\ h_t^{sf} \\ h_t^{ff} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{ss} \\ c_{sf} \\ c_{ff} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{ss} & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{sf} & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\varepsilon_{t-1}^s)^2 \\ \varepsilon_{t-1}^s \cdot \varepsilon_{t-1}^f \\ (\varepsilon_{t-1}^f)^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_{ss} & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{sf} & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{t-1}^{ss} \\ h_{t-1}^{sf} \\ h_{t-1}^{ff} \end{bmatrix}$$

を仮定する。H_t が正値定符号を満たす必要条件是、

$$\begin{cases} c_{ss} > 0, & c_{ff} > 0, & c_{ss}c_{ff} - c_{sf}^2 > 0 \\ \gamma_{ss} > 0, & \gamma_{ff} > 0, & \gamma_{ss}\gamma_{ff} - \gamma_{sf}^2 > 0 \end{cases}$$

である。

• 相関係数が一定の 2 次元 GARCH(1, 1) モデル (CC-GARCH)

現物と先物の収益率の誤差項の条件付相関係数 ρ_{sf} が一定で、現物と先物の収益率の t 期の条件付分散がそれぞれ 1 次元 GARCH(1, 1) モデルに従うことを仮定する。すなわち、

$$\mathbf{H}_t = \begin{bmatrix} (h_t^{ss})^{1/2} & 0 \\ 0 & (h_t^{ff})^{1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho_{sf} \\ \rho_{sf} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (h_t^{ss})^{1/2} & 0 \\ 0 & (h_t^{ff})^{1/2} \end{bmatrix}$$

で、 $h_t^l = c_l + \gamma_l(\varepsilon_{t-1}^l)^2 + \delta_l h_{t-1}^l$ が成立している（ただし、 $l \in \{s, f\}$ である）。

• 正値定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデル (PD-GARCH)

Baba, Engle, Kraft, and Kroner により最初に考えられた (Engle and Kroner (1995) 参照) 条件付共分散行列がパラメータに制約をつけないで正値定符号を満足する定式化である。すなわち、

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_t = & \begin{bmatrix} c_{ss} & c_{sf} \\ c_{fs} & c_{ff} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} c_{ss} & c_{sf} \\ c_{fs} & c_{ff} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{ss} & \gamma_{sf} \\ \gamma_{fs} & \gamma_{ff} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} (\varepsilon_{t-1}^s)^2 & \varepsilon_{t-1}^s \varepsilon_{t-1}^f \\ \varepsilon_{t-1}^s \varepsilon_{t-1}^f & (\varepsilon_{t-1}^f)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{ss} & \gamma_{sf} \\ \gamma_{fs} & \gamma_{ff} \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \delta_{ss} & \delta_{sf} \\ \delta_{fs} & \delta_{ff} \end{bmatrix}' \mathbf{H}_{t-1} \begin{bmatrix} \delta_{ss} & \delta_{sf} \\ \delta_{fs} & \delta_{ff} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

を仮定する。ここで、推定すべきパラメータは、 $c_{ss}, c_{sf}, c_{fs}, c_{ff}, \gamma_{ss}, \gamma_{sf}, \gamma_{fs}, \gamma_{ff}, \delta_{ss}, \delta_{sf}, \delta_{fs}, \delta_{ff}$ である。

上で述べた 3 つの異なる GARCH(1, 1) モデルがかなり特性の異なる条件付分散と共分散を作り、適切なモデルを選ぶことが重要であることが最近の Kroner and Ng (1998) の研究で指摘されている。

2.2 データ

本稿では、1999年2月1日から2001年9月28日までの東証株価指数(TOPIX)現物価格とその先物価格をデータとして用いる¹⁾。データの個数は658個である。使用する先物価格の限月は、直近限月の先物価格を使用し、限月切り替えの1週間前に直近限月から次の限月へと切りかえる。t期の現物価格を S_t 、先物価格を F_t としたとき、各々の収益率 R_t^s と R_t^f を自然対数を用いて1000パーセント表示すれば、

$$R_t^s = 1000 \cdot \log(S_t / S_{t-1})$$

$$R_t^f = 1000 \cdot \log(F_t / F_{t-1})$$

となる。

図1は R_t^s と R_t^f の時系列のグラフで、表1は記述統計量を示している。Jarque-Bera検定統計量は、1次元データが正規分布に従っているか否かを検定し、正規分布に従っているときには自由度2のカイ2乗分布に従う。尖度とJarque-Bera検定統計量の値から、現物と先物の収益率はともにスソの厚い非正規分布に従っていることがわかる。

表2は、現物と先物の収益率にPhillips and Perron(1988)の単位根検定を行った結果であ

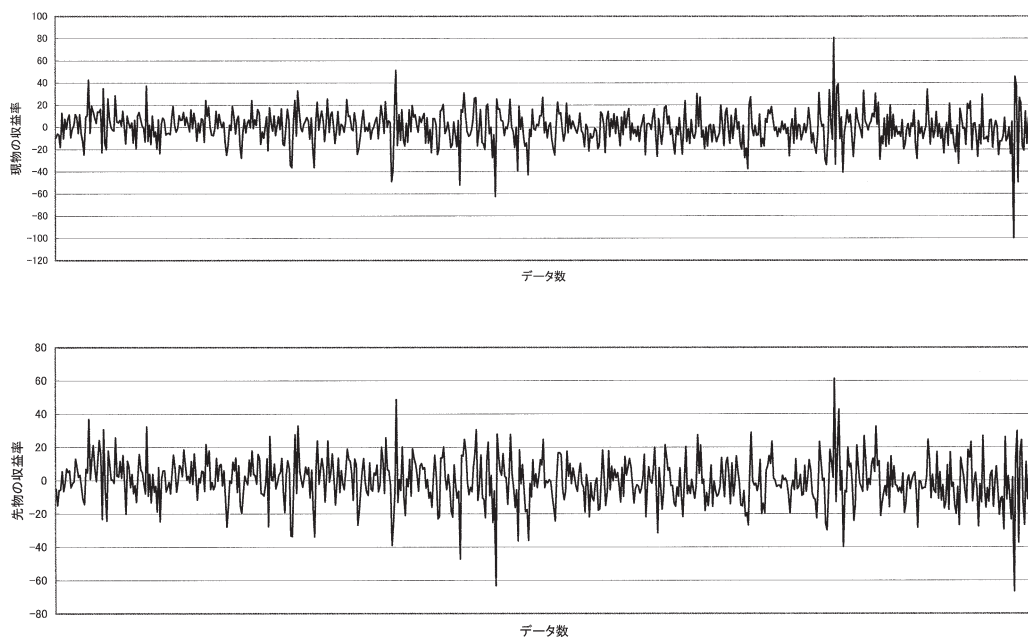


図1 現物と先物の収益率

1) 株価指数とその先物には、日経平均と日経平均先物があるが、このデータ期間に日経平均は構成銘柄の入れ替えを行っているので、連続性を考慮して東証株価指数とその先物を分析した。

表 1 記述統計量

	R_t^s	R_t^f
平均値	-0.1364	-0.1471
中央値	-0.5527	0.0000
最大値	61.27	80.92
最小値	-66.54	-99.83
標準偏差	13.77	15.41
歪度	-0.2047	-0.3494
尖度	5.0708	7.1583
Jarque-Bera	121.98**	486.73**
標本数	657	657

**：1%有意

表 2 Phillips and Perron の単位根検定

検定は以下の回帰式を用いた。

$$y_t = \mu^* + \alpha^* y_{t-1} + \beta^* (t - 0.5T) + \varepsilon_t, \quad y_t \in \{R_t^s, R_t^f\}$$

	R_t^s	R_t^f	(1%点, 5%点)
切片・トレンド項なし	-23.73**	-26.85**	(-2.57, -1.94)
切片あり	-23.71**	-26.83**	(-3.44, -2.87)
切片・トレンド項あり	-24.00**	-27.24**	(-3.98, -3.42)

**：1%有意

表 3 Ljung and Box の Q 統計量と Q^2 統計量

	R_t^s	R_t^f
$Q(20)$	25.817	18.667
$Q^2(20)$	46.478**	59.166**

**：1%有意

る。切片およびトレンド項の有無によらず、単位根の存在は1%水準で棄却される。

表 3 は、収益率の 20 次までの自己相関を検定する Ljung and Box の Q 統計量、および収益率の 2 乗の 20 次までの自己相関を検定する Q^2 統計量を示している。現物と先物の収益率はともに、自己相関の存在は棄却された。一方、現物と先物の収益率の 2 乗では、自己相関の存在が棄却されなかった。この Q 統計量と Q^2 統計量の結果は、ARCH モデル、GARCH モデル、ストカスティック・ボラティリティーモデル (stochastic volatility model) などの、ボラティリティー・クラスタリング (volatility clustering) をしめす場合に良く起きる現象である。

以上の予備的な検定結果から、現物と先物の収益率の 1 期前の情報を所与とした時の条件付分布が、一定の平均と時間とともに変化する 2.1 節で紹介した 3 つの 2 次元 GARCH(1, 1) モデルに従う共分散行列に従っているモデルを推定することにする。

2.3 推定結果

この節では、2.1で説明した3つのGARCH(1, 1)モデルを最尤法で推定する。2次元GARCHモデルの対数尤度関数は、

$$l(\theta) = T^{-1} \sum l_t(\theta)$$

となる。ただし、誤差項に正規分布を仮定した場合は、

$$l_t(\theta) = -0.5 \log(2\pi) - 0.5 \log |\mathbf{H}_t| - 0.5 \boldsymbol{\varepsilon}_t' \mathbf{H}_t^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

となり、誤差項が自由度 ν のt分布を仮定した場合は、

$$l_t(\theta) = -0.5 \{ \log \Gamma((\nu+2)/2) - \log \Gamma(\nu+2) - 0.5 \log((\nu-2)\pi) \} \\ - 0.5 \log |\mathbf{H}_t| - \{ (\nu+2)/2 \} \log \{ 1 + \boldsymbol{\varepsilon}_t' \mathbf{H}_t^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_t / (\nu-2) \}$$

となる。ここで θ は、推定すべきパラメータをしめす。条件付共分散 \mathbf{H}_t の具体的な形は、推定するモデルによって異なる。本稿では、 $l(\theta)$ の最大化には、Berndt, Hall, Hall and Hausman (1974) で提唱されたBHHHアルゴリズムを用いた。

表4には、正規分布とt分布の場合の3つのGARCH(1, 1)モデルを推定した結果が示されている。表4の第1列は正規分布の下でのdiagonal vech 2次元GARCH(1, 1)モデル、第2列は正規分布の下での正値定符号2次元GARCH(1, 1)モデルの推計結果を示している。正規分

表4 推計結果

	DV-GARCH	PD-GARCH	t-DV-GARCH	t-CC-GARCH	t-PD-GARCH
c_{ss}	17.133(0.013)	-1.538(0.014)	15.735(0.016)	17.708(0.014)	-0.282(0.014)
c_{sf}	19.799(0.013)	-1.932(0.014)	19.227(0.016)		-1.158(0.020)
c_{fs}		3.153(0.017)			1.397(0.020)
c_{ff}	22.647(0.013)	3.323(0.017)	23.864(0.016)	22.075(0.014)	2.262(0.022)
γ_{ss}	0.078(0.007)	-0.428(0.015)	0.082(0.009)	0.028(0.010)	0.388(0.019)
γ_{sf}	0.103(0.005)	0.280(0.015)	0.105(0.007)		-0.291(0.018)
γ_{fs}		-0.091(0.016)			-0.060(0.019)
γ_{ff}	0.147(0.008)	-0.151(0.015)	0.151(0.010)	0.047(0.009)	0.259(0.018)
δ_{ss}	0.449(0.008)	0.057(0.013)	0.479(0.009)	0.054(0.012)	0.344(0.016)
δ_{sf}	0.381(0.005)	0.653(0.013)	0.382(0.007)		0.571(0.015)
δ_{fs}		-0.894(0.014)			-0.296(0.017)
δ_{ff}	0.360(0.008)	1.477(0.014)	0.310(0.010)	-0.014(0.012)	1.141(0.015)
ρ_{sf}				0.942(0.004)	
μ_s	0.006(0.006)	-0.011(0.015)	0.005(0.011)	-0.002(0.009)	-0.014(0.013)
μ_f	-0.005(0.010)	-0.002(0.004)	0.005(0.010)	0.002(0.010)	-0.019(0.015)
ν			8.081(0.016)	4.240(0.013)	8.315(0.023)
AIC	7092.94	7051.46	6265.42	6318.75	6242.29
BIC	7142.29	7114.27	6319.26	6363.62	6309.58
LRS	7070.94	7023.46	6241.42	6298.75	6212.29

括弧内の数値は標準誤差、 ν : t分布の自由度

AIC : Akaike Information Criterion BIC : Bayesian Information Criterion

布の下での相関係数一定の2次元 GARCH(1, 1) モデルの推定結果は、条件付共分散行列が正値定符号を満足するパラメータの推定値が得られなかったので、表4には示されていない。誤差項が2次元 t 分布に従うと仮定したときの3つのモデルの推定結果が、表4の第3～5列に示されている。第3列の t-DV-GARCH は t 分布 diagonal vech 2次元 GARCH(1, 1) モデルの推定結果、第4列の t-CC-GARCH は相関係数一定の t 分布 2次元 GARCH(1, 1) モデルの推定結果、第5列の t-PD-GARCH は t 分布正値定符号 2次元 GARCH(1, 1) モデルの推定結果を、それぞれ示している。また、括弧内の数値は標準誤差を示している。

5つのモデルで、一定な条件付期待値が0か否かについての検定は全ての場合で有意でなかった。これは、これまでの多くの実証研究の結果と同じである。条件付共分散行列のパラメータは、第4列の相関係数一定の t 分布 2次元 GARCH(1, 1) モデルでの δ_{ff} 以外は、全て有意である。AIC や BIC で比較したときの各モデルの当てはまりの良さは、t 分布正値定符号 2次元 GARCH(1, 1) モデル、t 分布 diagonal vech 2次元 GARCH(1, 1) モデル、相関係数一定の t 分布 2次元 GARCH(1, 1) モデル、正規分布正値定符号 2次元 GARCH(1, 1) モデル、正規分布 diagonal vech 2次元 GARCH(1, 1) モデルの順である。また5つの全ての推定結果で、条件付共分散行列の全ての ARCH 係数と GARCH 係数の存在の有無を検定する尤度比検定 (LRS は尤度比検定統計量をしめしている) は、有意である。表4の推定結果から、誤差項に t 分布を仮定したモデルの方がデータを良く説明しており、t 分布を仮定した3つの GARCH(1, 1) モデルでは、当てはまりの良い方から順に正値定符号 2次元 GARCH(1, 1) モデル、diagonal vech 2次元 GARCH(1, 1) モデル、相関係数一定の 2次元 GARCH(1, 1) モデルとなる。東証株価指数 (TOPIX) 現物価格とその先物価格のデータでは、相関係数一定の仮定は満足されない。実際、当てはまりがより良い正値定符号 2次元 GARCH(1, 1) モデルや diagonal vech 2次元 GARCH(1, 1) モデルで、現物と先物の条件付相関係数を条件付共分散行列から計算すると、時間の経過とともに大きく変動していることがわかる。相関係数一定の 2次元 GARCH(1, 1) モデルは、正規分布のときは相関係数一定の仮定が満たされず推定できず、t 分布のときは自由度 ν がパラメータに加わり推定が可能となっていると言える。

条件付共分散行列のパラメータの推定値を用いて条件付共分散と条件付分散の推定値を求め、(1) 式から各期毎に最適ヘッジ比率を計算することができる。図2は、t 分布 diagonal vech 2次元 GARCH(1, 1) モデルで推定した最適ヘッジ比率の時系列のグラフである。図2の水平線は、最小二乗法で推定した固定ヘッジ比率の推定値である。1期前の条件付情報が与えられた時の最適ヘッジ比率が大きく変動することが見てとれる。

3. 時変ヘッジの効果

本節では、前節で求めた最適時変ヘッジ比率の採用によって、ポートフォリオの収益率の分

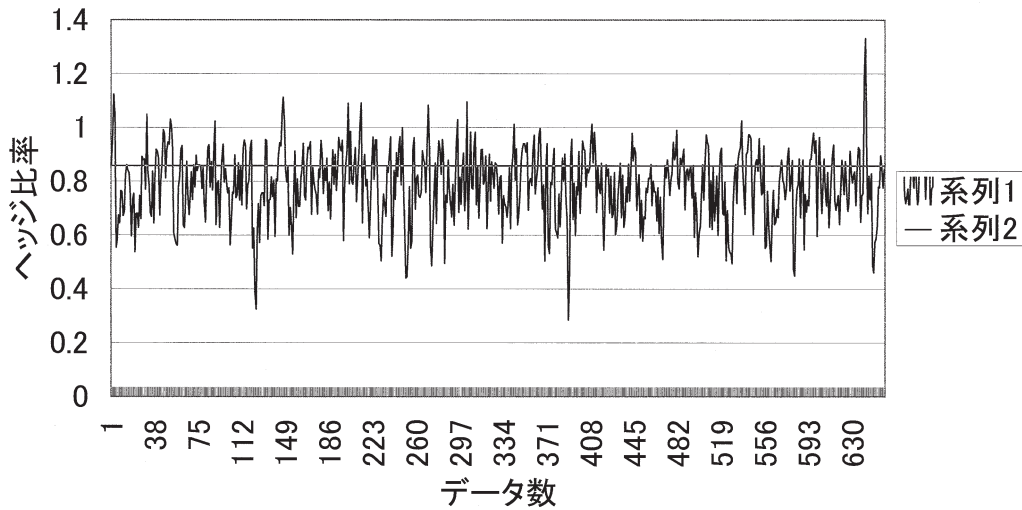


図2 t分布 diagonal vech 2次元 GARCH(1, 1) 分布による時変ヘッジ比率と固定ヘッジ比率

散がどの程度低減するのかを検証する。この検証を行うには、人工的に生成したデータを用いる方法と、実際のデータを用いる方法が考えられる。

最初に、人工的に生成したデータによる評価を行う。データの生成に当たっては、前節のモデルの中でデータの説明力が最も高いt分布正值定符号2次元 GARCH(1, 1) モデルと2番目に高かったt分布 diagonal vech 2次元 GARCH(1, 1) モデルを採用した。相関係数一定の2次元 GARCH(1, 1) モデルは、前節で見たように相関係数一定の仮定が実際は成立していないので、採用しなかった。具体的には、1999年2月1日～2000年4月14日の297個の東証株価指数現物価格とその先物価格のデータを用いて、t分布 diagonal vech 2次元 GARCH(1, 1) モデルおよびt分布正值定符号2次元 GARCH(1, 1) モデルを推定し、シミュレーションを行ってそこで得られたパラメータ推定値をもつt分布 diagonal vech 2次元 GARCH(1, 1) モデルおよびt分布正值定符号2次元 GARCH(1, 1) モデルに従う収益率の296個の標本期間内のデータとそれに続く100個の標本期間外の人工データを得る。各モデルの評価をする際には、標本期間内の人工データを用いてパラメータの推定を行い、その推定値を使った最適ヘッジ比率の計算を行い、その最適ヘッジ比率を採用した場合の現物と先物から成るポートフォリオの収益率の標本期間内と標本期間外の分散によって評価を行った。

次に実際のデータを用いて、1番目の方法と同じ期間(1999年2月1日～2000年4月14日)の実際のデータを用いて各モデルのパラメータを推定し、各モデル毎に、このパラメータ推定値を用いて実際のデータにおける最適なヘッジ比率を推定し、現物と先物から成るポートフォリオの収益率の標本期間内と標本期間外の分散を計算した。

表5に、t分布 diagonal vech 2次元 GARCH(1, 1) モデルで人工的に生成した296個の標本

表5 推定結果 (t 分布 diagonal vech 2 次元 GARCH (1, 1) モデルの下での人工データの場合)

	DV-GARCH	PD-GARCH	t-DV-GARCH	t-CC-GARCH	t-PD-GARCH
c_{ss}	24.526(1.545)	-2.327(0.467)	24.214(1.574)	12.247(1.483)	-0.820(0.422)
c_{sf}	24.900(0.456)	-2.693(0.500)	24.634(0.479)		-2.057(0.801)
c_{fs}		4.084(0.400)			1.462(0.381)
c_{ff}	29.037(1.583)	4.305(0.484)	28.882(1.639)	15.365(1.216)	2.472(0.818)
γ_{ss}	0.327(0.058)	-1.618(0.232)	0.329(0.059)	0.109(0.149)	-2.412(0.253)
γ_{sf}	0.322(0.052)	1.628(0.186)	0.322(0.053)		2.351(0.158)
γ_{fs}		-1.010(0.310)			-1.982(0.384)
γ_{ff}	0.287(0.050)	1.326(0.226)	0.286(0.051)	0.021(0.097)	2.157(0.211)
δ_{ss}	0.171(0.048)	0.417(0.102)	0.170(0.049)	0.050(0.021)	0.421(0.294)
δ_{sf}	0.180(0.048)	0.031(0.082)	0.179(0.049)		0.046(0.279)
δ_{fs}		0.093(0.117)			0.116(0.321)
δ_{ff}	0.212(0.052)	0.441(0.097)	0.212(0.053)	0.070(0.029)	0.423(0.308)
ρ_{sf}				0.941(0.007)	
μ_s	1.176(0.397)	1.022(0.308)	1.151(0.389)	1.186(0.385)	0.981(0.347)
μ_f	1.117(0.419)	0.989(0.326)	1.097(0.411)	1.126(0.411)	0.957(0.371)
ν			37.014(11.212)	5.540(0.481)	21.627(1.247)
AIC	3369.18	3372.78	3032.81	3051.74	3038.45
BIC	3409.74	3424.40	3077.06	3088.61	3093.75
LRS	3347.18	3344.78	3008.81	3031.74	3008.45

括弧内の数値は標準誤差, ν : t 分布の自由度

AIC: Akaike Information Criterion BIC: Bayesian Information Criterion

期間内の収益率データに各モデルを当てはめた推定結果が示されている。この場合も、表4の1999年2月1日から2001年9月28日までの全てのデータに対する推定結果と同様、正規分布の下での相関係数一定の2次元GARCH(1, 1)モデルでは、条件付共分散行列が正値定符号を満足するパラメータの推定値は得られなかった。表5に示されている5つの結果で、推定されたパラメータは、正規分布正値定符号2次元GARCH(1, 1)モデルでのARCH係数の一部、相関係数一定のt分布2次元GARCH(1, 1)モデルのGARCH係数の一部、t分布正値定符号2次元GARCH(1, 1)モデルでのARCH係数の一部と定数部分の一部において有意でなかったが、それ以外は有意であった。条件付期待値の推定値は、全てのモデルで似通った値となっている。推定値の標準誤差は、各モデルのパラメトライゼーションが比較できないので、異なるパラメトライゼーションを持つモデル間の比較は直ちに行えない。データがt分布diagonal vech 2次元GARCH(1, 1)モデルで人工的に生成したものであるため、t分布diagonal vech 2次元GARCH(1, 1)モデルの標準誤差が1番小さくなっているべきであると考えられるが、実際はそうっていない。また、diagonal vech 2次元GARCH(1, 1)モデルでも正値定符号2次元GARCH(1, 1)モデルでも、正規分布の場合とt分布の場合では、正規分布の方が推定値の標準誤差が小さい場合が多いが、これはt分布では自由度という新しいパラメータを推定するため

に、(データを生成する分布であっても)標準誤差が大きくなってしまふと考えられる。AIC や BIC で比較したときの各モデルの当てはまりの良さの程度は、t 分布 diagonal vech 2 次元 GARCH(1, 1) モデル, t 分布正値定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデル, 相関係数一定の t 分布 2 次元 GARCH(1, 1) モデル, 正規分布 diagonal vech 2 次元 GARCH(1, 1) モデル, 正規分布正値定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデルの順である。このことは、データを生成しているのが t 分布 diagonal vech 2 次元 GARCH(1, 1) モデルであり、また相関係数一定の仮定は実際には満足されていない可能性が高いことを考えると、不自然ではない。モデルの当てはまりの良さの違いは、比較的小さく、データを生成している t 分布 diagonal vech 2 次元 GARCH(1, 1) モデルと他のモデルとの違いがあまりでない。また表 5 の 5 つの全ての推定結果でも、条件付共分散行列の全ての ARCH 係数と GARCH 係数の存在の有無を検定する尤度比検定は有意である。

表 6 には、t 分布正値定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデルで人工的に生成した 296 個の標本期間の収益率データに各モデルを当てはめた推定結果が示されている。この場合も、表 4、表 5 の推定結果と同様、正規分布の下での相関係数一定の 2 次元 GARCH(1, 1) モデルでは、条件付共分散行列が正値定符号を満足するパラメータの推定値は得られなかった。パラメータの有意性は、生成分布である t 分布正値定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデルの条件付共分散行列の

表 6 推定結果 (t 分布正値定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデルの下での人工データの場合)

	DV-GARCH	PD-GARCH	t-DV-GARCH	t-CC-GARCH	t-PD-GARCH
c_{ss}	46.282(0.000)	-0.127(0.620)	46.681(0.000)	46.701(0.000)	-1.319(0.026)
c_{sf}	49.237(0.000)	-0.110(0.200)	48.833(0.000)		-1.301(0.035)
c_{fs}		1.238(0.178)			0.252(0.018)
c_{ff}	52.437(0.000)	1.065(0.191)	52.819(0.000)	52.854(0.000)	0.006(0.008)
γ_{ss}	0.212(0.000)	1.047(0.473)	-0.010(0.000)	-0.009(0.000)	0.257(0.024)
γ_{sf}	0.194(0.000)	-0.059(0.452)	0.014(0.000)		0.678(0.023)
γ_{fs}		1.367(0.446)			0.511(0.024)
γ_{ff}	0.175(0.000)	-0.298(0.425)	0.020(0.000)	0.009(0.000)	0.501(0.023)
δ_{ss}	0.217(0.000)	-0.449(0.276)	0.034(0.000)	-0.029(0.000)	-0.842(0.028)
δ_{sf}	0.260(0.000)	0.493(0.254)	0.045(0.000)		0.758(0.027)
δ_{fs}		0.086(0.366)			-0.281(0.028)
δ_{ff}	0.325(0.000)	-0.145(0.341)	0.071(0.000)	-0.037(0.000)	0.086(0.028)
ρ_{sf}				0.100(0.000)	
μ_s	1.164(0.000)	0.882(0.142)	1.273(0.000)	1.289(0.000)	1.144(0.030)
μ_f	1.110(0.000)	0.841(0.147)	1.268(0.000)	1.256(0.000)	1.106(0.030)
ν			5.010(0.000)	4.910(0.000)	8.578(0.037)
AIC	3164.14	3105.11	2947.16	3966.26	2754.96
BIC	3204.69	3156.73	2991.41	4003.13	2810.27
LRS	3142.14	3077.11	2923.16	3946.26	2724.96

括弧内の数値は標準誤差, ν : t 分布の自由度

AIC: Akaike Information Criterion BIC: Bayesian Information Criterion

定数項の 1 つのパラメータおよび正規分布正值定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデルの条件付共分散行列の多くのパラメータが有意でないが、それ以外は有意であった。条件付期待値は、全てのモデルで有意であり、正規分布正值定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデルの推定値以外は、似た推定値となっている。パラメータの標準誤差は、正規分布正值定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデルで最も大きく、その次に大きいのは生成分布である t 分布正值定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデルで、その他のモデルではずっと小さい値となっている。正規分布正值定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデルの標準誤差が、生成分布である t 分布正值定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデルの標準誤差よりも大きいのは自然である。AIC や BIC で測ったモデルの当てはまりの良さは、t 分布正值定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデル、t 分布 diagonal vech 2 次元 GARCH(1, 1) モデル、正規分布正值定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデル、正規分布 diagonal vech 2 次元 GARCH(1, 1) モデル、相関係数一定の t 分布 2 次元 GARCH(1, 1) モデル、の順である。相関係数一定の t 分布 2 次元 GARCH(1, 1) モデルのモデルの当てはまりの良さが表 6 で一番悪いのは、表 4、5 と異なったことで説明しにくい、相関係数一定の仮定が満足されにくいことを示していると考えられる。AIC と BIC の大きさは、実際のデータに各モデルを当てはめた表 7 と同じような（相関係数一定の t 分布 2 次元 GARCH(1, 1) モデルを除いて）大きさであり、その点表 5 とは異なる。

表 7 推定結果（実際のデータの場合）

	DV-GARCH	PD-GARCH	t-DV-GARCH	t-CC-GARCH	t-PD-GARCH
c_{ss}	15.193(1.926)	0.818(0.058)	15.092(2.016)	8.560(2.974)	0.479(1.770)
c_{sf}	17.124(0.575)	-0.010(0.011)	16.584(0.553)		-0.804(1.637)
c_{fs}		0.877(0.057)			0.359(1.300)
c_{ff}	21.741(2.168)	-0.091(0.056)	20.965(1.955)	14.550(1.293)	-0.595(3.299)
γ_{ss}	0.077(0.034)	0.227(0.047)	0.084(0.040)	0.014(0.013)	-0.543(0.191)
γ_{sf}	0.100(0.038)	-0.098(0.041)	0.104(0.043)		0.472(0.215)
γ_{fs}		0.656(0.045)			-0.083(0.205)
γ_{ff}	0.141(0.045)	-0.590(0.042)	0.145(0.050)	0.018(0.011)	-0.086(0.227)
δ_{ss}	0.467(0.076)	0.744(0.039)	0.453(0.079)	0.084(0.382)	0.652(0.423)
δ_{sf}	0.401(0.043)	0.220(0.037)	0.398(0.049)		0.317(0.384)
δ_{fs}		0.210(0.040)			0.919(0.464)
δ_{ff}	0.309(0.059)	0.792(0.036)	0.311(0.061)	-0.331(0.043)	0.123(0.479)
ρ_{sf}				0.942(0.007)	
μ_s	0.636(0.312)	0.592(0.053)	0.720(0.301)	0.755(0.310)	0.737(0.305)
μ_f	-0.612(0.322)	0.545(0.054)	0.724(0.312)	0.800(0.333)	0.738(0.319)
ν			11.387(4.326)	5.675(0.437)	9.599(3.368)
AIC	3129.85	3129.12	2784.68	2793.29	2783.32
BIC	3170.41	3180.74	2828.92	2830.16	2838.62
LRS	3107.85	3101.12	2760.68	2773.29	2753.32

括弧内の数値は標準偏差、 ν : t 分布の自由度

AIC : Akaike Information Criterion BIC : Bayesian Information Criterion

実際のデータに各モデルを当てはめた推定結果が示されている表 7 では、条件付期待値は、正規分布の場合の diagonal vech 2 次元 GARCH(1, 1) モデルでの先物の場合（この場合の推定値は負になっている）以外、正で有意になっている。条件付共分散のパラメータの推定に関しては、正規分布と t 分布の場合の diagonal vech 2 次元 GARCH(1, 1) モデルでは全てが有意であるが、正規分布の場合の正值定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデルでは c_{sf} , c_{ff} 以外は有意であり、相関係数一定の t 分布 2 次元 GARCH(1, 1) モデルでは γ_{ss} , γ_{ff} , δ_{ss} 以外は有意であり、t 分布正值定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデルでは、逆に γ_{ss} , γ_{sf} , δ_{fs} 以外は有意でない。表 7 の t 分布の下での 3 つのモデルでの自由度の推定値は、表 5 のそれと比べると相関係数一定の t 分布 2 次元 GARCH(1, 1) モデル以外は小さくなり、表 6 と比べると一様に大きくなっている。

表 8 は、t 分布の場合の diagonal vech 2 次元 GARCH(1, 1) モデルに従う人工データを用いた時の、各モデルの下での最適ヘッジ比率を採用したポートフォリオの収益率の分散を、全くヘッジをしない現物だけから成るポートフォリオの収益率の分散で割った、相対的な値がしめされている。左側は 296 個の標本期間内データ、右側は 100 個の標本期間外データの結果を示す。1 行目は伝統的な固定ヘッジ比率を採用した場合、2 行目と 3 行目は誤差項に正規分布を仮定した 2 つの 2 次元 GARCH(1, 1) モデルを採用した場合、4 行目から 6 行目は誤差項に t 分布を仮定した 3 つの 2 次元 GARCH(1, 1) モデルを採用した場合の結果である。但し、相関係数一定の正規分布 GARCH (1, 1) モデルは正值定符号の制約条件を満足する推定値が得られなかったもので、評価対象から外している。

標本期間内のヘッジの効果を見ると、相関係数一定の t 分布 2 次元 GARCH(1, 1) モデル、正規分布 diagonal vech 2 次元 GARCH(1, 1) モデル、t 分布 diagonal vech 2 次元 GARCH(1, 1) モデル、固定ヘッジモデル、t 分布正值定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデル、正規分布正值定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデル、の順である。相関係数一定の t 分布 2 次元 GARCH(1, 1) モデ

表 8 各モデルにおける最適ヘッジ比率を採用した場合のヘッジポートフォリオの収益率の分散の大きさ (t 分布 diagonal vech 2 次元 GARCH モデルの下で生成されたデータ)

	標本期間内	標本期間外
固定ヘッジ	0.11521	0.10336
DV-GARCH	0.11334	0.10308
PD-GARCH	0.24924	0.19512
t-DV-GARCH	0.11339	0.10331
t-CC-GARCH	0.11255	0.10218
t-PD-GARCH	0.21332	0.17180
サンプル数	296	100

表中の数字は、ヘッジ無しポートフォリオの収益率の分散を 1 としたときの、相対的な値である。

ルのヘッジ効果がなぜ良いのかは、うまく説明できない。この結果は、モデルの当てはまりの良さとヘッジの効果とは一致しないことを示している。特に、データを生成している diagonal vech 2 次元 GARCH(1, 1) モデルについては、t 分布を仮定する必要はヘッジの効果に関してはないと言える。一方、t 分布および正規分布の正值定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデルのヘッジ効果がなぜ悪いのかも、うまく説明できない。表 8 の右側の、標本期間外のヘッジの効果も標本期間内のヘッジの効果と同様の結果であった。表 8 の結果は、全体として、t 分布 diagonal vech 2 次元 GARCH(1, 1) モデルで生成した人工データの場合、いくつかの時変ヘッジ比率を用いることにより、固定ヘッジよりもすぐれたヘッジ効果をあげることが可能であるが、その効果の大きさは小さい。

表 9 には、t 分布の場合の正值定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデルに従う人工データを用いた時の、各モデルの下での最適ヘッジ比率を採用したポートフォリオの収益率の分散を、全くヘッジをしない現物だけから成るポートフォリオの収益率の分散で割った、相対的な値が表 8 と同様にしめされている。標本期間内のヘッジの効果を見ると、正規分布 diagonal vech 2 次元 GARCH(1, 1) モデル、t 分布 diagonal vech 2 次元 GARCH(1, 1) モデル、固定ヘッジモデル、正規分布正值定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデル、t 分布正值定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデル、相関係数一定の t 分布 2 次元 GARCH(1, 1) モデル、の順である。この結果も、モデルの当てはまりの良さとヘッジの効果とは一致しないことを示している。表 8 とは対照的に、こんどは相関係数一定の t 分布 2 次元 GARCH(1, 1) モデルのヘッジ効果が一番悪い。また、表 8 の diagonal vech 2 次元 GARCH(1, 1) モデルと同様に、データを生成している正值定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデルについては、t 分布を仮定する必要はヘッジの効果に関してはないと言える。表 9 の右側の、標本期間外のヘッジの効果については、固定ヘッジモデル、データを生成している t 分布正值定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデル、正規分布 diagonal vech 2 次元

表 9 各モデルにおける最適ヘッジ比率を採用した場合のヘッジポートフォリオの収益率の分散の大きさ (t 分布正值定符号 2 次元 GARCH モデルの下で生成されたデータ)

	標本期間内	標本期間外
固定ヘッジ	0.04552	0.02463
DV-GARCH	0.04209	0.02814
PD-GARCH	0.04571	0.03212
t-DV-GARCH	0.04361	0.03066
t-CC-GARCH	0.81006	0.81789
t-PD-GARCH	0.04604	0.02521
サンプル数	296	100

表中の数字は、ヘッジ無しポートフォリオの収益率の分散を 1 としたときの、相対的な値である。

GARCH(1, 1) モデル, t 分布 diagonal vech 2 次元 GARCH(1, 1) モデル, 正規分布正值定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデル, 相関係数一定の t 分布 2 次元 GARCH(1, 1) モデル, の順である。この結果も, モデルの当てはまりの良さとヘッジの効果とは一致しないことを示しているが, データを生成している t 分布正值定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデルが 2 番目に良い事は, 表 8 の結果とは異なる。しかし, 伝統的な固定ヘッジモデルのヘッジ効果が一番良かったことは, 時変ヘッジモデルを利用しようとしている立場からは, 残念な結果になっている。

表 10 の数値は, 実際のデータを用いた時の, 各モデルの下での最適ヘッジ比率を採用したポートフォリオの収益率の分散を, 全くヘッジをしない現物だけから成るポートフォリオの収益率の分散で割った, 相対的な値がしめされている。標本期間内外ともに, 5 つの GARCH(1, 1) モデルの下での時変ヘッジ比率によるヘッジ効果は固定ヘッジによるヘッジ効果よりも劣った。時変ヘッジの中では, ヘッジ効果の良さは, 標本期間内では, t 分布正值定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデル, 正規分布正值定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデル, 正規分布 diagonal vech 2 次元 GARCH(1, 1) モデル, t 分布 diagonal vech 2 次元 GARCH(1, 1) モデル, 相関係数一定の t 分布 2 次元 GARCH(1, 1) モデルの順であった。標本期間外では, ヘッジ効果の良さは, t 分布正值定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデルと正規分布正值定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデルの順序が入れ替わっている以外は, 標本期間内と同じである。全体としてみると, 人工データによる評価と実際のデータによる評価では, かなり異なる性格の結果が得られた。

4. 結 論

本稿では東証株価指数 (TOPIX) 現物とその先物価格のデータを用いて, ポートフォリオの最適ヘッジ比率を推定した。ヘッジ比率が時間を通じて一定の場合の他に, 本稿では最適なヘッ

表10 各モデルにおける最適ヘッジ比率を採用した場合のヘッジポートフォリオの収益率の分散の大きさ (実際のデータ)

	標本期間内	標本期間外
固定ヘッジ	0.11593	0.12416
DV-GARCH	0.13161	0.13806
PD-GARCH	0.12205	0.12632
t-DV-GARCH	0.13227	0.13835
t-CC-GARCH	0.22869	0.57790
t-PD-GARCH	0.11600	0.12812
サンプル数	296	100

表中の数字は, ヘッジ無しポートフォリオの収益率の分散を 1 としたときの, 相対的な値である。

ジ比率が時間を通じて変動する場合を考察した。具体的には, diagonal vech 2 次元 GARCH(1, 1) モデル, 相関係数一定の 2 次元 GARCH(1, 1) モデル, 正値定符号 2 次元 GARCH(1, 1) モデルという 3 つの GARCH(1, 1) モデルの推定を行った。特に, 従来の研究は誤差項の正規分布を仮定していたが, 本稿では誤差項が t 分布の場合についても分析を行った。

約 2 年半の期間のデータを分析した結果, 5 つの GARCH(1, 1) モデル(相関係数一定の正規分布 2 次元 GARCH(1, 1) モデルの推定は出来なかった) の ARCH 係数や GARCH 係数は一般に有意であり, 条件付分布の期待値と分散が一定の平均・分散モデルよりもデータを良く説明できる。しかしながら, データをより良く説明できても必ずしもすぐれたヘッジ効果をもたらすとは限らないことが本稿での分析から明らかになった。また, 各モデルの下でのヘッジ比率を採用したポートフォリオの収益率の分散を計算し, 固定ヘッジ比率を採用した場合の分散と比較したところ, 人工的に生成したデータを用いた場合と実際のデータを用いた場合ともに, 各モデルの下での時変ヘッジ比率の採用で収益率の分散は固定ヘッジ比率を採用した場合の分散とあまり違いがないという結果になった(時には, 固定ヘッジ比率を採用した場合のほうがヘッジ効果が良いこともあった)。これは, 各種の GARCH (1, 1) モデルの下での ARCH 係数や GARCH 係数が有意だとしても, それは各種モデルから導出されるヘッジ比率を用いたヘッジ効果に関して GARCH (1, 1) モデルの優位性を導くとは限らないことを意味する。また, 正規分布と t 分布の違いは, データに対する当てはまりの良さからすると, はっきりとした違いがあり t 分布を使う意味があるが, ヘッジに関しては差が認められなかった。したがって, ヘッジ効果のためには, 正規分布よりもスソの厚い分布である t 分布を使う意味は本稿の結果に関してはあまりないと言える。本稿の結果では, ヘッジ比率を変更する際の取引費用を考慮すると, 東証株価指数現物と先物からなるポートフォリオのヘッジには, GARCH モデルに基づく時変ヘッジ比率はそれほど有用ではないことが示唆される。本稿で使用したデータは, 東証株価指数(TOPIX)現物とその先物価格のデータの 1999 年 2 月から 2001 年 9 月 28 日までの短い期間のものである。したがって, 本稿で得られた結果が他のデータや期間でも成立するかどうかは, わからない。日本の先物市場の特性を明らかにするには, もっと多くのデータを研究する必要があると言える。これは, 今後の課題である。

参考文献

- | | |
|---|--|
| 長澤孝昭 (1999) . 「新しい日本型市場を目指す先物
ビッグバン」 東洋経済新報社. | Baillie, R. T. and R. J. Myers (1991). Bivariate
GARCH estimation of optimal commodity
futures hedge. <i>Journal of Applied
Econometrics</i> , 6, 109-124. |
| Anderson, R. and J. P. Danthine (1980). Hedging
and joint production: theory and illustration.
<i>Journal of Finance</i> , 35, 487-498. | Benninga, S., R. Eldor, and I. Zilcha (1984). The |

- optimal hedge ratio in unbiased futures markets. *Journal of Futures Markets*, 4, 155-159.
- Bera, A. K., P. Garcia, and J. Roh (1997). Estimation of time-varying hedge ratios for corn and soybeans: BGARCH and random coefficient approaches. *Sankhya : The Indian Journal of Statistics*, 59, Series B, 346-368.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
- Ederington, L. H. (1979). The hedging performance of the new futures market. *Journal of Finance*, 34, 157-170.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation. *Econometrica*, 50, 987-1007.
- Engle, R. F. and K. F. Kroner (1995). Multivariate simultaneous generalized ARCH. *Econometric Theory*, 11, 122-150.
- Gagnon, L. and G. Lypny (1995). Hedging short-term interest risk under time-varying distributions. *Journal of Futures Markets*, 15, 767-783.
- Kahl, K. H. (1983). Determination of the recommended hedging ratio. *American Journal of Agricultural Economics*, 65, 603-605.
- Kroner, K. F. and V. K. Ng (1998). Modeling asymmetric comovements of asset returns. *Review of Financial Studies*, 11, 817-844.
- Kroner, K. F. and J. Sultan (1993). Time-varying distributions and dynamic hedging with foreign currency futures. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 28, 535-551.
- Myers, R. J. (1991). Estimating time-varying optimal hedge ratios on futures markets. *Journal of Futures Market*, 11, 39-53.
- Park, H. Y. and L. N. Switzer (1995). Bivariate GARCH estimation of the optimal hedge ratios for stock index futures: a note. *Journal of Futures Market*, 15, 61-67.
- Tong, W. H. S. (1996). An examination of dynamic hedging. *Journal of International Money and Finance*, 15, 19-35.

(2002 年 11 月 15 日受領)